

SPETTROSCOPIA

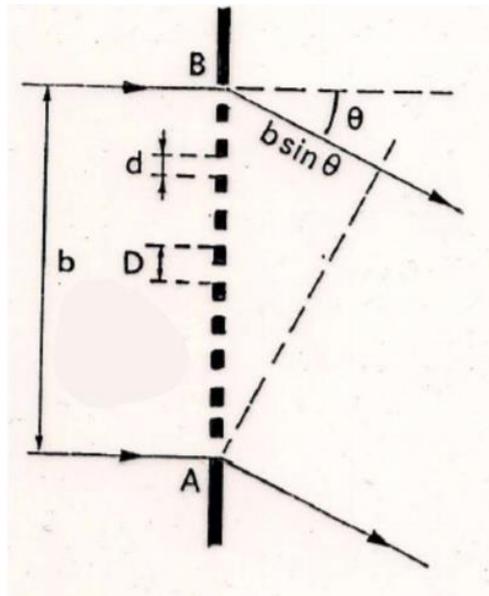
OBIETTIVO

Osservazione e comprensione dello spettro luminoso di varie sorgenti di luce.

CENNI TEORICI

Il fenomeno su cui si basa l'esperienza è quello della dispersione, ovvero la separazione della luce nelle sue componenti spettrali. Questo fenomeno può avvenire a causa della dipendenza dell'indice di rifrazione di un mezzo dalla lunghezza d'onda, oppure, come nel caso particolare di questo esperimento, quando una luce policromatica incide su un reticolo di diffrazione con N fenditure. Infatti, quando la luce incide sul reticolo, si ottiene una figura di diffrazione dipendente dal numero di fenditure (come spiegato più avanti), in cui la distanza dei massimi principali laterali dal massimo centrale è proporzionale alla lunghezza d'onda secondo la relazione seguente:

$$D \cdot \sin(\vartheta) = m \cdot \lambda$$



dove D è la distanza tra due fenditure successive, anche detta **passo del reticolo**, ed m è un intero che rappresenta l'ordine di interferenza del massimo principale considerato.

Si nota facilmente che, al variare della lunghezza d'onda λ , l'angolo ϑ che il raggio uscente forma con la normale al reticolo varia. Questo effetto è più visibile quanto più il passo del reticolo è piccolo. In base alla natura della sorgente di luce si avranno spettri diversi.

STRUMENTI

- Rotolo di cartone;
- Nastro isolante;
- CD.

PROCEDURA SPERIMENTALE

Innanzitutto, si è proceduto ad assemblare uno spettroscopio in riflessione, il quale sfrutta la riflessione di un fascio di luce incidente su un CD per osservare la scomposizione di tale radiazione nelle sue componenti cromatiche.

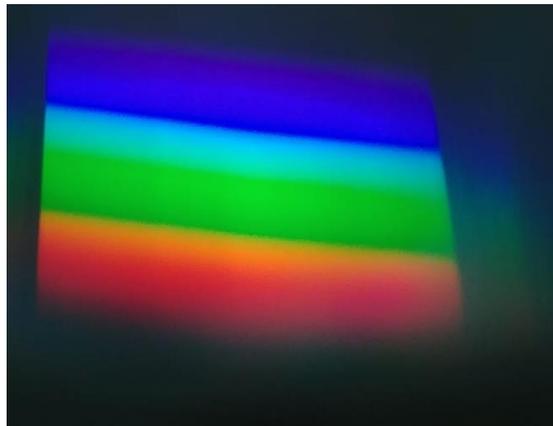
Dopo aver unito tra loro con il nastro isolante i due rotoli di cartone, si è praticato un taglio a circa 45 gradi con la superficie laterale del cilindro che il rotolo costituisce; in tale fessura è stata inserita parte del CD, che è poi stato fissato con il nastro isolante, in modo da non far penetrare luce da possibili spiragli.

In seguito, è stata ritagliata una piccola fessura rettangolare diametralmente opposta al taglio per l'inserzione del CD, ed è stata praticata una fenditura sottile sulla base del cilindro più lontana dal CD.

Facendo incidere vari tipi di radiazione sulla fenditura, attraverso la fessura rettangolare praticata sulla superficie laterale del cilindro si può osservare la scomposizione spettrale di tale radiazione.

Luce solare

Puntando lo spettroscopio verso il cielo si osserva uno spettro completo, nel quale tutte le componenti luminose hanno intensità paragonabili, osservazione che concorda con ciò che ci aspettavamo, ovvero lo spettro di emissione di un corpo nero.



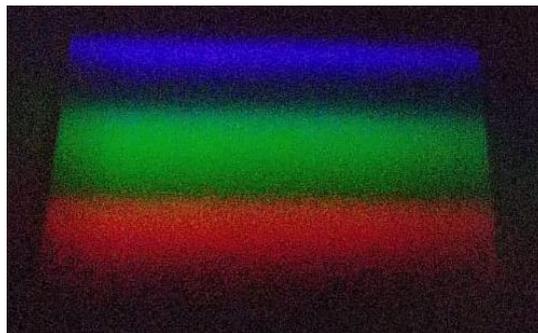
Lampada al neon

Puntando lo spettroscopio verso una lampada al neon osserviamo una distribuzione particolare: tutti i colori dello spettro sono presenti, quindi viene emessa radiazione luminosa per ogni frequenza del visibile, però si osservano alcune linee più luminose in specifici punti dello spettro. Ipotizziamo che questo fenomeno sia dovuto al fatto che la lampada al neon emetta maggiormente per alcune lunghezze d'onda, e che quindi risultino alcune fasce di intensità maggiore nello spettro di emissione. Va notato che l'emissione nel visibile di una lampada al neon è dovuta al materiale fluorescente che si trova sulla superficie interna del tubo.



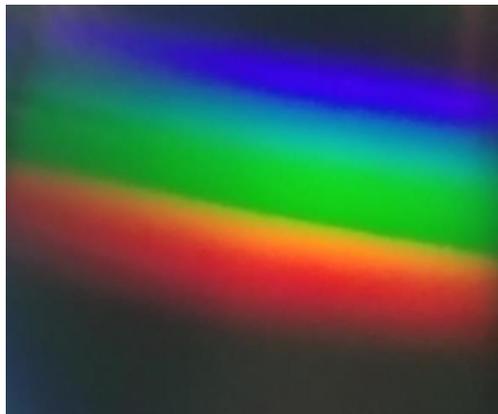
Schermo LCD

Puntando lo spettroscopio verso una regione bianca di uno schermo LCD, si osservano nettamente tre fasce luminose in corrispondenza di rosso, verde e blu, in accordo a ciò che ci aspettavamo in quanto lo schermo è formato da pixel di questi colori. Il bianco è infatti riprodotto accendendo alla massima intensità tutti e tre i colori di ogni pixel.



Lampada led

Osservando lo spettro di emissione della lampada a led si nota una somiglianza con lo schermo LCD, anche se sono visibili lunghezze d'onda comprese fra il rosso e il verde (in particolare il giallo). Ipotizziamo che anche la lampada led si costituisca dalle tre sorgenti verde, rossa e blu come lo schermo LCD.

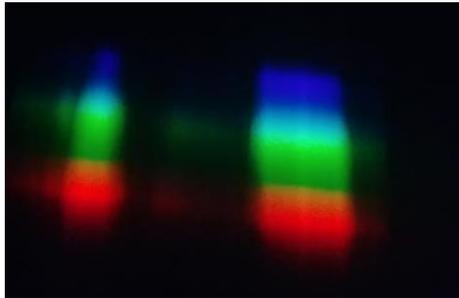


Osservazioni con differenti colori

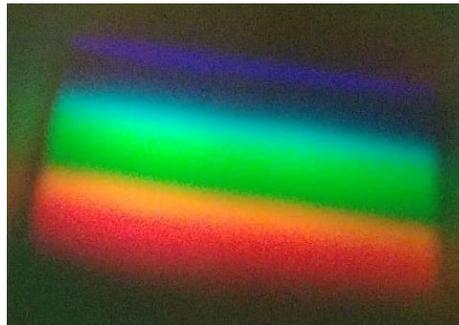
Data la possibilità di scegliere in modo preciso il colore sia dello schermo lcd che delle lampade led abbiamo eseguito alcuni confronti tra le due sorgenti: scegliendo il colore mediante il codice RGB esadecimale abbiamo settato entrambe le sorgenti sullo stesso colore e vi abbiamo diretto lo spettroscopio. Gli spettri ottenuti sono del tutto simili, a conferma delle precedenti ipotesi sull'uguale natura delle due sorgenti, in seguito le immagini che mostrano il colore impostato e lo spettro osservato per le due sorgenti:

- Colore #CBC70C

Lampada led:



Schermo LCD:



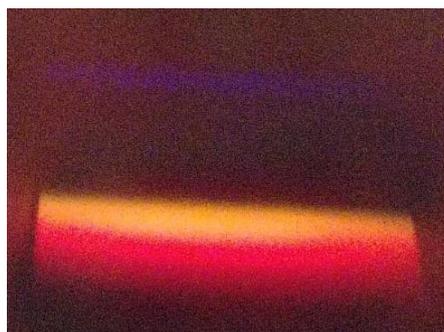
- Colore #FF0000

($\lambda \sim 650 \text{ nm}$)

Lampada led:

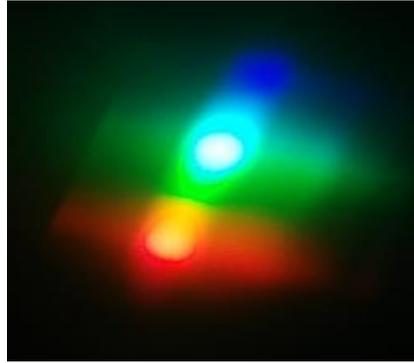


Schermo LCD:

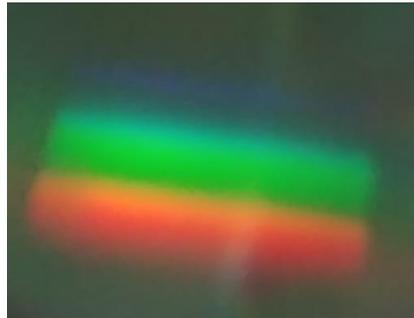


- Colore #FFFF00

Lampada led:



Schermo LCD:



RETTICOLO DI DIFFRAZIONE

Calcolo del passo del reticolo del CD

OBIETTIVO

Calcolo del passo del reticolo di diffrazione del CD.

CENNI TEORICI

L'esperienza si basa su due fenomeni particolari, la *diffrazione* e l'*interferenza* della luce

Interferenza: il fenomeno di interferenza si realizza quando due onde si sovrappongono, e l'intensità dell'onda risultante dalla sovrapposizione non è pari alla somma delle intensità delle singole onde, ma presenta un termine aggiuntivo, detto *termine di interferenza*.

L'interferenza può essere costruttiva, quando le due onde sono in fase ($\Delta = 2n\pi$) e l'intensità risultante presenta un massimo, oppure distruttiva quando le due onde sono in opposizione di fase ($\Delta = 2n\pi + \pi$), e l'intensità risultante è minima.

Le relazioni per identificare le posizioni angolari di tali massimi e minimi si possono comprendere facendo riferimento all'*esperimento di Young* da doppia fenditura: in tale esperimento viene fatta incidere un'onda piana monocromatica su un diaframma piano su cui sono praticate due sottili fenditure, le quali si comportano come sorgenti coerenti di onde secondarie (*Principio di Huygens*). Si fanno quindi convergere con una lente su uno schermo due raggi tra loro paralleli e formanti entrambi un angolo θ con la normale al diaframma, in modo che vi interferiscano e si visualizzino le frange chiare o scure a seconda che l'interferenza sia costruttiva o distruttiva.

Tramite l'espressione della differenza di fase tra le onde sullo schermo si ricavano le condizioni per avere massimi e minimi di interferenza:

Massimi: $\Delta = 2n\pi \rightarrow \text{sen}(\theta) = \frac{n\lambda}{d}$

Minimi: $\Delta = 2n\pi + \pi \rightarrow \text{sen}(\theta) = \frac{(n+\frac{1}{2})\lambda}{d}$

Dove d è la distanza tra le fenditure, λ la lunghezza d'onda e $n = 0, \pm 1, 2, 3 \dots$

Diffrazione: tale fenomeno si realizza facendo incidere su un diaframma su cui è praticato un foro un'onda luminosa in modo che sullo schermo al di là del diaframma si visualizzi una porzione illuminata in corrispondenza del foro e ai suoi bordi delle frange di penombra fatte di massimi e minimi di illuminazione. Ciò significa che la luce, incontrando un ostacolo, devia dalla sua traiettoria di propagazione.

Nel caso in cui il foro sia una fenditura rettangolare sottile, facendo convergere tramite una lente sullo schermo i raggi diffratti, si visualizza una figura di diffrazione fatta di massimi e minimi di intensità: in particolare al centro si ha un massimo di forte intensità, mentre ai bordi si hanno minimi e massimi di tenue illuminazione, poiché l'intensità $I(\theta)$ dei massimi (e minimi, ma in tal caso è sempre nulla) diminuisce allontanandosi dal massimo centrale secondo la legge:

$$I(\theta) = I_0 \cdot \frac{\left(\text{sen}\left(\frac{\pi a \text{sen}(\theta)}{\lambda}\right)\right)^2}{\left(\frac{\pi a \text{sen}(\theta)}{\lambda}\right)^2}$$

Dove a è la larghezza della fenditura, λ la lunghezza d'onda e θ l'angolo che i raggi diffratti formano con la normale al diaframma.

Reticolo di diffrazione:

Considerando un reticolo di diffrazione, ossia un dispositivo ottico costituito da N fenditure sottili, parallele e di larghezza a , con distanza $d \gg a$ fra due successive fenditure, i fenomeni sopra descritti vengono a sovrapporsi, poiché ciascuna fenditura dovrebbe dare origine alla figura di diffrazione descritta, ma si ha anche interferenza fra le onde provenienti dalle fenditure. Risulta quindi che si hanno frange di interferenza, la cui intensità è modulata dalla figura di diffrazione. Si trova che l'andamento angolare dell'intensità è il seguente

$$I(\theta) = I_0 \cdot \frac{\text{sen}\left(\frac{\pi a \text{sen}(\theta)}{\lambda}\right)^2}{\left(\frac{\pi a \text{sen}(\theta)}{\lambda}\right)^2} \cdot \frac{\left(\text{sen}\left(N \cdot \frac{\pi d \text{sen}(\theta)}{\lambda}\right)\right)^2}{\left(\text{sen}\left(\frac{\pi d \text{sen}(\theta)}{\lambda}\right)\right)^2}$$

Inoltre, le posizioni dei massimi e dei minimi seguono le successive relazioni

Massimi principali: $\text{sen}(\theta) = \frac{n\lambda}{d}$

Minimi: $\text{sen}(\theta) = \frac{m\lambda}{Nd}$

Dove $n = 0, \pm 1, 2 \dots$ e $m = \pm 1, 2 \dots \neq nN$

Si osserva che la posizione dei massimi principali non dipende da N , ma solo da λ una volta fissato d , mentre la loro intensità dipende da N ed è data da

$$I(\theta) = I_0 \cdot \frac{\text{sen}\left(\frac{\pi \text{sen}(\theta)}{\lambda}\right)^2}{\left(\frac{\pi \text{sen}(\theta)}{\lambda}\right)^2} \cdot N^2$$

Essi diventano quindi più stretti al crescere di N .

Vi sono inoltre $N - 2$ massimi secondari fra due massimi principali, la cui intensità è molto attenuata rispetto a quella dei massimi principali.

STRUMENTI

- CD spellato;
- Puntatore LASER (lunghezza d'onda nota);
- Supporti fissi per CD e puntatore LASER;
- Carta millimetrata.

PROCEDURA SPERIMENTALE

Innanzitutto, è stato montato il set up-sperimentale per la misurazione del passo del reticolo del CD: ci si serve di una parete come schermo, sulla quale viene attaccata della carta millimetrata per una misurazione il più accurata possibile della distanza dei massimi laterali dal massimo centrale. L'esperimento è stato ripetuto individualmente da ogni componente del gruppo. Si posizionano quindi laser e un CD spellato in modo tale che il piano della parete sia parallelo al piano del CD, e il raggio luminoso incida normalmente su tale piano: per fare ciò ognuno si è avvalso di personali accorgimenti che permettessero di avere misure più precise possibili.

Bisogna inoltre controllare che la superficie contenente il CD sia posizionata verticalmente, e non sia ruotata su un asse orizzontale, altrimenti le fenditure sono inclinate e generano una figura di diffrazione inclinata.

A questo punto, facendo incidere la radiazione laser sul CD, si misurano le distanze necessarie per determinare il passo: la distanza tra CD e schermo (L), e la distanza tra il massimo centrale e il primo minimo laterale (y), fermandosi al primo ordine di interferenza ($n = 1$), in quanto i massimi successivi risultano individuabili con scarsa precisione. Conoscendo la lunghezza d'onda del laser, e sapendo che $\tan(\theta) = \frac{y}{L}$, da cui si ricava θ e di seguito $\text{sen}(\theta)$, si può calcolare il passo d tramite la relazione per i massimi

$$\text{sen}(\theta) = \frac{n\lambda}{d} \rightarrow d = \frac{n\lambda}{\text{sen}(\theta)}$$

I dati ottenuti dalle misurazioni sono i seguenti:

Passo del CD						
	Valore	Errore	Valore	Errore	Valore	Errore
$\lambda(m)$	6,35E-07	5,00E-10	6,50E-07	5,00E-10	6,50E-07	5,00E-10
L (m)	0,422	1,00E-03	0,31	0,002	0,218	1,00E-03
$y(m)$	0,196	3,00E-03	0,155	0,005	0,107	5,00E-03
$\tan(\theta)$	0,464454976	0,007194	0,5	0,016448	0,490826	0,023046
θ	0,434809452	0,005917	0,463647609	0,013159	0,456281	0,018572
$\sin(\theta)$	0,421237592	0,005367	0,447213595	0,01177	0,440613	0,016672
PASSO (m)	1,51E-06	1,92E-08	1,45E-06	3,83E-08	1,48E-06	5,58E-08

I tre passi del reticolo del CD calcolati sono:

- $d = (1,52 \pm 0,02) \cdot 10^{-6} \text{ m}$
- $d = (1,45 \pm 0,04) \cdot 10^{-6} \text{ m}$
- $d = (1,48 \pm 0,06) \cdot 10^{-6} \text{ m}$

Misura del diametro del capello

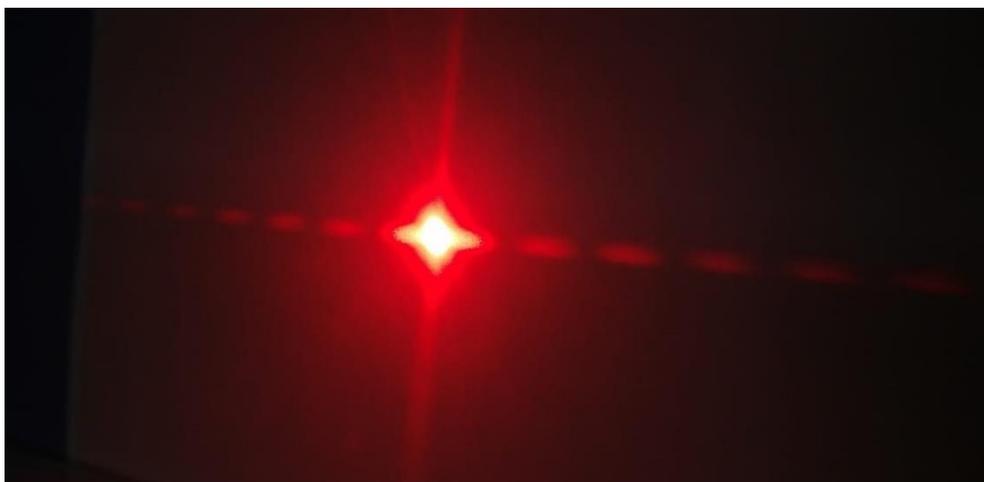
Il fenomeno della diffrazione si può osservare anche quando un raggio di luce invece di incidere su una fenditura incide su un piccolo ostacolo. Nello schermo retrostante infatti si osserverà una figura di diffrazione i cui massimi e minimi saranno più o meno distanziati in funzione delle dimensioni dell'ostacolo. In questo modo, allestendo un opportuno setup sperimentale è stato possibile effettuare una misura del diametro di un capello con l'ausilio del puntatore laser.

Puntando infatti il raggio laser contro il capello si nota nella parete retrostante una figura di diffrazione. Studiandone i massimi e minimi è possibile ricavare il diametro.

Sappiamo che in corrispondenza dei minimi deve valere la seguente relazione (che caratterizza i minimi di una figura di diffrazione):

$$d \sin \theta = m\lambda$$

Dove d rappresenta il diametro del capello, θ lo spostamento angolare, λ la lunghezza d'onda del laser e m la cardinalità del minimo.

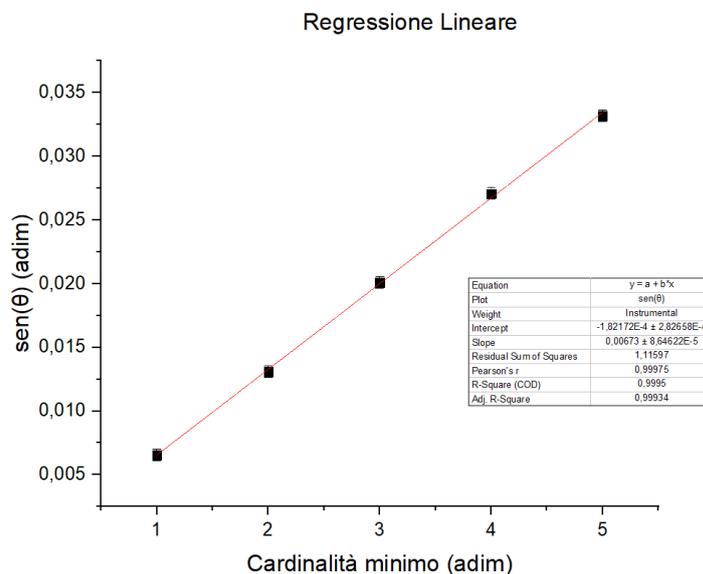


Conoscendo quindi la lunghezza d'onda del laser, la distanza tra il capello e lo schermo e lo spostamento lungo lo schermo si può ricavare d in funzione delle altre lunghezze (dal rapporto tra spostamento e distanza capello-schermo si ottiene la tangente dell'angolo, che per piccoli angoli è indistinguibile dal seno dato l'errore di misura). I dati ottenuti sono i seguenti:

DIAMETRO CAPELLO					
λ (m)		6,35E-07	$\pm 5E-10$		
L (m)		2,29	$\pm 0,01$		
Card. Minimo	spostamento (m)	errore		$\tan(\theta)$	errore
1	0,015	0,001		0,006550218	0,000438
2	0,03	0,001		0,013100437	0,00044
3	0,046	0,001		0,020087336	0,000445
4	0,062	0,001		0,027074236	0,000452
5	0,076	0,001		0,033187773	0,00046

Bisogna sottolineare che, come mostrato dalle immagini è stato più semplice misurare la posizione dei minimi piuttosto che dei massimi, infatti in prossimità dei massimi è difficile distinguere l'esatto punto in cui l'intensità è maggiore, mentre per i minimi si osservava abbastanza bene (l'incertezza infatti risulta di soltanto 1 millimetro) il punto non illuminato.

Avendo 5 misure è stata eseguita una regressione lineare ponendo sull'asse delle ascisse la cardinalità del massimo e su quello delle ordinate il valore di $\sin(\theta)$, in questo modo la pendenza che si ottiene rappresenta il rapporto tra la lunghezza d'onda e il diametro cercato:



Dalla regressione si ottiene una pendenza pari a $m = (6,73 \pm 0,09) \cdot 10^{-3}$, dalla quale otteniamo un valore per il diametro di

$$d = \frac{\lambda}{m} = (9,4 \pm 0,12) 10^{-5} \text{ m} = 94 \pm 1,2 \mu\text{m}$$

ERRORI

Per quanto riguarda il calcolo degli errori, sia per il diametro del capello che per il passo del reticolo di diffrazione del CD, gli errori sulle misure dirette, sono stati scelti diversamente in base alla precisione delle misurazioni: essa è stata ritenuta più alta nel caso della distanza tra schermo (parete) e reticolo del CD o del capello, mentre più bassa nel caso della distanza tra primo massimo laterale e massimo centrale, la cui posizione risultava più ambigua a causa della presenza di diffusione.

Gli errori sulle grandezze da essi derivate sono stati ricavati tramite la propagazione degli errori nel caso del CD, mentre nel caso del capello tramite la propagazione degli errori ed il metodo dei minimi quadrati nel caso della grandezza ottenuta dalla regressione lineare.

Di seguito elenchiamo le formule di propagazione utilizzate:

-Passo del CD:

$$\begin{aligned}\tan(\theta) &= \frac{y}{L} \rightarrow \delta(\tan(\theta)) = \left(\frac{\delta y}{|y|} + \frac{\delta L}{|L|} \right) \cdot |\tan(\theta)| \\ \theta &= \arctan(\tan(\theta)) \rightarrow \delta(\theta) = \frac{1}{1 + \tan^2(\theta)} \cdot \delta(\tan(\theta)) \\ \delta(\sin(\theta)) &= \cos(\theta) \cdot \delta(\theta) \\ d &= \frac{m\lambda}{\sin(\theta)} \rightarrow \delta(d) = d \cdot \left(\frac{\delta\lambda}{\lambda} + \frac{\delta(\sin(\theta))}{\sin(\theta)} \right)\end{aligned}$$

- Diametro del capello:

- $\tan \theta = \frac{y}{L} \Rightarrow \delta \tan \theta = \sqrt{\left(\frac{\delta y}{L}\right)^2 + \left(\frac{y \cdot \delta L}{L^2}\right)^2}$
- L'errore sulla pendenza è ottenuto tramite il metodo dei minimi quadrati.
- $d = \frac{\lambda}{m} \Rightarrow \delta d = \sqrt{\left(\frac{\delta \lambda}{m}\right)^2 + \left(\frac{\lambda \cdot \delta m}{m^2}\right)^2}$

CONCLUSIONI

I valori ottenuti del passo del reticolo del CD calcolati sono:

- $d = (1,52 \pm 0,02) \cdot 10^{-6} \text{ m}$
- $d = (1,45 \pm 0,04) \cdot 10^{-6} \text{ m}$
- $d = (1,48 \pm 0,06) \cdot 10^{-6} \text{ m}$

Questi valori risultano coerenti con il valore atteso di $1,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}$. Anche se non coincidono perfettamente, l'intervallo d'errore copre il valore teorico. La differenza da quest'ultimo è data probabilmente dalla scarsa precisione dovuta alla strumentazione, non al livello di strumenti professionali, tuttavia ci si può ritenere soddisfatti dei valori ottenuti.

Per quanto riguarda il diametro del capello, tramite una breve ricerca, si è trovato che il valore teorico del diametro di un capello può variare dai 40 ai 100 μm ed esso dipende dalla persona. Il valore trovato di $94 \pm 1,2 \mu\text{m}$ risiede nell'intervallo teorico.